Prof. Dr. M. Rapoport
Dr. U. Görtz **SS 2004**

Lineare Algebra II

Präsenzaufgaben, Teil 7

Aufgabe 5

Bestimme die Eigenwerte, die Eigenräume und die verallgemeinerten Eigenräume der folgenden Matrix:

$$A = \begin{pmatrix} -2 & 4 & 1 \\ -1 & 3 & 1 \\ -3 & 3 & 2 \end{pmatrix} \in M_3(\mathbb{Q}).$$

Aufgabe 6

Sei f ein Endomorphismus des Vektorraums V. Es gelte $f^k = 0$, aber $f^{k-1} \neq 0$. Zeige, dass ein Vektor $v \in V$ existiert, so dass $v, f(v), f^2(v), \ldots, f^{k-1}(v)$ linear unabhängig sind.

Aufgabe 7

Sei V ein endlich-dimensionaler Vektorraum über dem Körper K. Sei f ein nilpotenter Endomorphismus von V und sei $n = \dim V$. Zeige, dass $f^n = 0$.

Aufgabe 8

Sei f ein Endomorphismus des endlich-dimensionalen Vektorraums V. Der Vektorraum V sei f-zyklisch. Zeige, dass dann das charakteristische Polynom und das Minimalpolynom von f übereinstimmen.